

Куранцов В.В., Акатьев С.В., Назаркин Д.С., Куранцов В.А., Крылов А.И.

Оценка точности численного и аналитического методов моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости

Аннотация: В работе рассматривается оценка точности и достоверности результатов численного моделирования волн напряжений при распространении плоской нестационарной упругой волны в полуплоскости. В качестве воздействия применяется дельта функция или треугольный импульс. Решается система уравнений из 59048 неизвестных.

Ключевые слова: вычислительная механика, численный метод, алгоритм, комплекс программ Мусаева В.К., дельта функция, треугольный импульс, математическая точность, физическая достоверность, точность численного метода

Некоторая информация о моделировании нестационарных волн напряжений в деформируемых телах различной формы приведена в работах [1–6].

В работах [2–6] приведена информация о физической достоверности и математической точности рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Приводится информация о численном моделировании нестационарных упругих плоских волн напряжений в упругой полуплоскости. Для решения поставленной задачи применяем метод конечных элементов в перемещениях.

Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной волны в виде дельта функции (рис. 2) на упругую полуплоскость (рис. 1).

На границе полуплоскости АВ приложено нормальное напряжение σ_y , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P, а при $10 \leq n \leq 20$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа (-1 кгс/см²)). Граничные условия для контура BCDA при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура BCDA не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 100$.

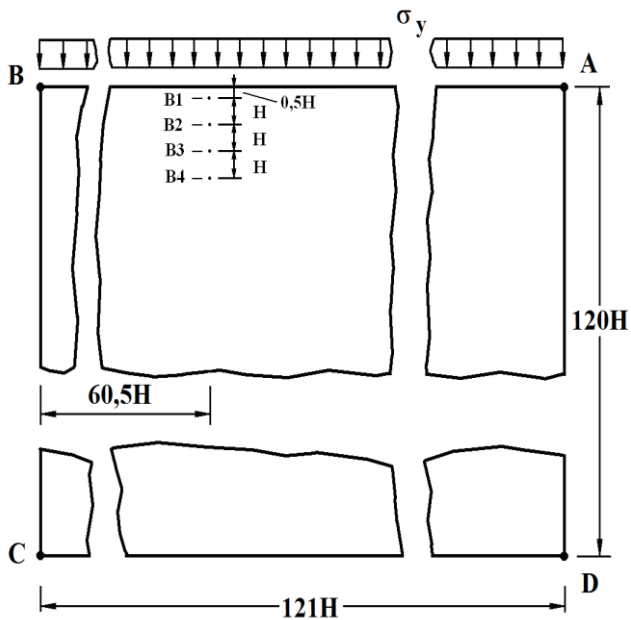


Рис. 1 – Постановка задачи о распространении плоских продольных нестационарных упругих волн в полуплоскости

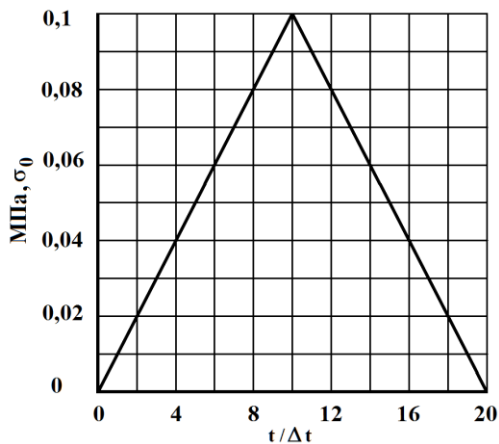


Рис. 2. – Воздействие в виде дельта функции (треугольный импульс)

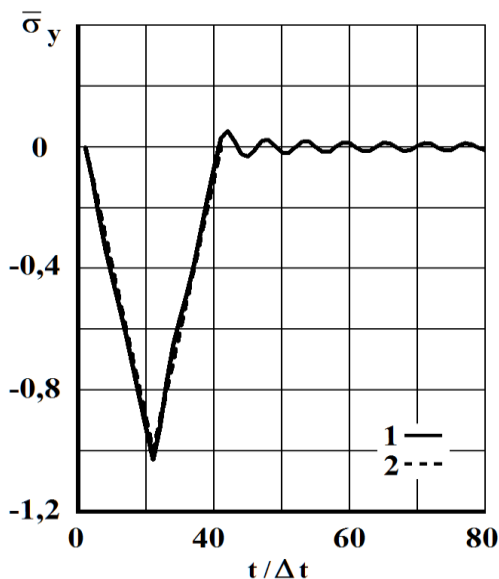


Рис. 3 – Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ во времени $t/\Delta t$ в точке В1: 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение

Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6}$ с; $E = 3,15 \cdot 10^4$ МПа ($3,15 \cdot 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,255 \cdot 10^4$ кг/м³ ($0,255 \cdot 10^5$ кгс·с²/см⁴); $C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с.

Решается система уравнений из 59048 неизвестных.

На рис. 3 представлено изменение нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$) во времени t в точке В1: 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение.

В данном случае можно использовать условия на фронте плоской волны, которые изложены в работе [1].

Предположим, что от некоторых точек упругой среды производится какое-то возмущение. Тогда из этих точек во все стороны начинают излучаться волны.

На некотором расстоянии от центра возмущения рассматриваемые волны можно представить как плоские. Тогда все

частицы движутся параллельно направлению распространения волны.

Такие волны принято считать плоскими. На фронте плоской продольной волны имеются следующие аналитические зависимости для плоского напряженного состояния $\sigma_y = -|\sigma_0|$.

Отсюда видим, что точное решение задачи соответствует воздействию σ_0 (рис. 2). Для нормального напряжения σ_y имеется хорошее качественное и количественное совпадение с результатом аналитического решения.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о физической достоверности результатов численного решения задач при распространении нестационарных упругих волн в деформируемых телах.

Сравнение результатов нормальных напряжений, полученных с помощью метода конечных элементов в перемещениях, при решении задачи о распространении плоских продольных нестационарных упругих волн в полуплоскости с результатами аналитического решения, показало хорошее совпадение.

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за оказанную помощь и внимание к работе.

Литература:

1. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
3. Куранцов В.А., Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Самойлов С.Н., Кузнецов М.Е. Моделирование импульса (первая ветвь: восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: треугольник) в упругой полуплоскости с помощью численного метода Мусаева В.К. // Проблемы безопасности российского общества. – 2017. – № 2. – С. 51–55.